Physique-Chimie : cahier de vacances - semaine 3, corrigé

— Semaine 3 —

Lundi

I On trouve facilement $T_A = 180\text{K}$. Comme on a une adiabatique réversible d'un gaz parfait, on peut utiliser les lois de Laplace : $P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$. On a donc $V_{B,m} = V_{A,m} \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 28,9\text{Lmol}^{-1}$

On peut alors calculer la température $T_B = 93,3\text{K}$.

On a immédiatement $Q_m = 0$ donc $W_m = \Delta U_m = C_{v,m}\Delta T = -1,09\text{kJ.mol}^{-1}$ négatif car le gaz voit sa température baisser (et se contracte, pour le travail).

Comme on a une adiabatique, $S_m^e = 0$, réversible, $S_m^c = 0$ donc $\Delta S_m = 0$.

II On "sait" (ou on retrouve rapidement) que dans un RLC série, on a $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et que $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L}$. L'énoncé indique $Q = 8$ et $\omega_0 = 62,8\text{rd/s}$, donc $L = \frac{RQ}{\omega_0} = 64\text{mH}$ (on ne peut pas avoir plus précis avec des inductances de base, en général connues à 5%).

On en déduit $C = \frac{1}{L\omega_0^2} = 4\mu\text{F}$

III On va supposer d'abors que $\alpha < 35°$: le solide est à l'équilibre. On peut alors calculer :

- la composante motrice du poids : $mg \sin\alpha$
- la réaction du support, qui s'oppose à l'autre composante du poids : $N = mg\cos\alpha$
- la force de frottement, s'oppose à la composante motrice du poids si le solide est immobile : $T = mg\sin\alpha$ (il n'y a pas de $-$' car on ne regarde que le module)

Le solide ne glisse pas tant que $\frac{T}{N} < f_s$, où f_s est le coefficient de frottement statique. Dès que l'égalité est atteinte, soit pour $\alpha = 35°$, on a glissement.

On trouve alors $f_s = \tan 35°$=0,7

IV **IV.1** Via l'entraînement de la roue crantée, on sait que les distances parcourues par un point de chaque solide (roue ou dynamo) est la même en un temps donné, autrement dit que ces points vont à la même vitesse. On a donc :

$$r_{dynamo}\omega = r_{roue}\omega_R$$

soit (attention 26" correspond au diamètre de la roue) :

$$\frac{\omega}{\omega_R} = \frac{\frac{26''}{2} \times 2,54\text{cm}/(1'')}{1\text{cm}} = 33$$

La dynamo tourne donc 33 fois plus vite que la roue, car son rayon est 33 fois plus petit.

IV.2 On sait que $e = -\frac{d\Phi}{dt} = +\omega\Phi_0\cos\omega t$, donc l'amplitude du flux vaut $\frac{e}{\omega}$. Il faut donc calculer ω, et donc ω_R.

Si le vélo va à v =20km/h, c'est aussi vrai des points extérieurs de la roue (roulement sans glissement), donc :

$$\omega_R = \frac{v}{R} = \frac{20\text{km}}{1\text{h}.13''} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \times \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \times \frac{1''}{2,54\text{cm}} \times \frac{100\text{cm}}{1\text{m}} = 16,8\text{rd/s}$$

ce qui mène à une pulsation pour la dynamo de 555rs/d. On en déduit :
$\Phi_0 = 2,16.10^{-2}\text{Wb}$
(avec Wb=1T/m^2, Weber, unité de flux magnétique).

V *(Sans calculatrice)* On trouve que $U = \frac{2}{5} 4,5\text{V} = 1,8\text{V}$

Mardi - S3

I **I.1** Comme on est à l'équilibre, on a une pression de $2,4.10^{-2}$bar. Cet équilibre provient de l'évaporation de l'eau dans la seringue. Or initialement la pression de l'air était la pression atmosphérique, environ 50 fois plus élevée : la pression totale P_0 a donc peu changé.

I.2 Comme on est toujours à l'équilibre, $P_{H_20} = 2,4.10^{-2}$bar. La pression de l'air, elle, a diminué d'un facteur 20, donc $P_{air} = 5.10^{-2}$bar (isotherme d'un G.P.). La pression totale vaut donc $P_f = 7,4.10^{-2}$bar (la pression partielle de l'eau n'est plus négligeable).

Pour maintenir P_{H_20} constante alors qu'on a multiplié le volume par 20, il faut avoir multiplié la quantité de vapeur par 20, ce qui implique une évaporation de $n_e = 19 n_{0,vap} = 19\frac{P_{H_2O}V_0}{RT} = 1,8.10^{-8}$mol, autrement dit pas grand chose.

II On sait que $R = \frac{\rho L}{S} = \frac{L}{\sigma S} = 0,23\Omega$

III Un schéma rapide montre que la distance entre les deux images est reliée à l'angle par $\alpha = \frac{d}{f'} = 1,6.10^-4\text{rd} = 34''\text{d'arc}$

Si on utilise un oculaire de 10mm, on aura un angle en sortie $\alpha' = \frac{d}{f'_{oc}} = \frac{f'}{f'_{oc}}\alpha = 50'\text{d'arc} = 0,84°$: on est largement au dessus de la résolution humaine (on aura même un problème de champ probablement).

IV Les charges positives descendent les potentiels, donc le potentiel le plus haut est au départ. On sait ensuite que $\frac{1}{2}mv^2 = qU$ donc :

$$U = \frac{mC^2}{200q} = 93\text{MV}$$

avec $m = \frac{M}{N_A}$ et $q = 2e$.

V On a manifestement un passe-bande, d'ordre 2 (les pentes passent de +20 à -20 dB/décade), avec $f_0 = 8000$Hz, donc $\omega_0 = 50260$rd/s. La différence de hauteur entre le pic et l'intersection des asymptotes est de 21dB, soit $Q \approx 11$

Mercredi - S3

I Dans cette structure, on a 2 atomes par maille (1 au centre et $8 \times \frac{1}{8}$ aux sommets), et le contact se fait le long de la grande diagonale : $2r = a\frac{\sqrt{3}}{2}$ On en déduit :

$$a = \frac{4r}{\sqrt{3}} = 0,439\text{nm}$$

On a alors $\rho = \frac{2.M_{\mathrm{Na}}}{N_A a^3} = 904\text{kg/m}^3$ soit :

$$d = 0,904$$

II **II.1** On sait que $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}$, soit :

$$T = 2\pi \left(\frac{(R_T+z)^3}{GM_T} \right) = 5566\text{s} = 1\text{h}32\text{mn}46\text{s}$$

Sa vitesse est simplement donnée par $v = \frac{R_T+z}{T} = 1212\text{m/s}$

II.2 L'arc de visibilité correspond à la fraction de cercle de hauteur $408km$ au dessus d'une tangente à la Terre. Un schéma montre rapidement que le demi-angle de cet arc est tel que :

$$\cos\alpha = \frac{R_T}{R_T+z}$$

On a donc un temps, proportionnel à la longueur parcourue en 2α, qui vaut :

$$t = T\frac{\alpha}{\pi} = 617\text{s} = 10\text{mn}17\text{s}$$

pour un observateur au niveau du sol et l'ISS passant à sa verticale (sinon c'est plus court).

III **III.1** C'est un passe-bande : à basse fréquence L court-circuite u, et à haute fréquence C court circuite toute la branche.

III.2 On va partir de la loi des noeuds :

$$i = i_C + i_L$$

et on écrit que $i = \frac{E-u-ri_L}{R}$ et que $i_C = C\frac{du+ri_L}{dt}$ On a alors :

$$\frac{e-u-ri_L}{R} = C\frac{du+ri_L}{dt} + i_L$$

On dérive l'ensemble puisque $u = L\frac{di_L}{dt}$:

$$\frac{1}{R}\frac{de}{dt} - \frac{1}{R}\frac{du}{dt} - \frac{r}{RL}u = C\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{rC}{L}\frac{du}{dt} + \frac{1}{L}u$$

soit

$$C\frac{d^2u}{dt^2} + \left(\frac{rC}{L} + \frac{1}{R}\right)\frac{du}{dt} + \left(\frac{r}{RL} + \frac{1}{L}\right)u = \frac{1}{R}\frac{de}{dt}$$

ou, en divisant par C pour mieux voir l'homogénéité :

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC}\right)\frac{du}{dt} + \left(\frac{r}{RLC} + \frac{1}{LC}\right)u = \frac{1}{RC}\frac{de}{dt}$$

Ce qui se transpose en formalisme complexe selon :

$$\underline{H} = \frac{j\omega/RC}{-\omega^2 + j\omega\left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC}\right) + \left(\frac{r}{RLC} + \frac{1}{LC}\right)}$$

ou :

$$\underline{H} = \frac{jL/R\omega}{\left(\frac{r}{R} + 1\right) + j\omega\left(rC + \frac{L}{R}\right) - LC\omega^2}$$

(oui j'ai fait ça depuis l'équa. diff, on peut le faire directement en formalisme complexe, c'est probablement moins pénible).

IV On part de la situation à $t = 0$ où les deux astres sont alignés. Dans l'alignement suivant, pour une planète supérieure, la Terre a parcouru un angle $2\pi + \alpha$ pendant que la planète parcourait α.

On a alors $\alpha = \frac{T_S}{T_A}2\pi$ et $2\pi + \alpha = \frac{T_S}{T_T}2\pi$ donc $2\pi + \frac{T_S}{T_A}2\pi = \frac{T_S}{T_T}2\pi$, soit :

$$T_S\left(\frac{1}{T_T} - \frac{1}{T_A}\right) = 1$$

ou

$$T_S = \frac{T_A T_T}{T_A - T_T}$$

Le raisonnement est le même pour un astre inférieur, sauf que le rôle des astres est inversé.

$$T_S = \frac{T_A T_T}{T_T - T_A}$$

Si on veut vraiment une formule unique, on a :

$$T_S = \frac{T_A T_T}{|T_T - T_A|}$$

V **V.1** Si on appelle ξ l'avancement en mol, alors on a :

$$P = P_{\mathrm{N_2O}} + P_{\mathrm{N_2}} + P_{\mathrm{O_2}} = \frac{RT}{V}(n_{\mathrm{N_2O},0} - \xi + \xi + \frac{1}{2}\xi$$

ou en concentration :

$$P = RT(c_{\mathrm{N_2O},0} + \frac{1}{2}x) = P_1 + \frac{RTx}{2}$$

ce qui permet d'écrire que $RTx = 2(P - P_1)$

Si on suppose un ordre 1, on trouve :

$$\frac{dx}{dt} = k(c_{\mathrm{N_2O},0} - x)$$

Or :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{RT}{2}\frac{dx}{dt}$$

donc

$$\frac{dP}{dt} = \frac{RTk}{2}\left(c_{\mathrm{N_2O},0} - x\right)$$

donc en remplaçant x par son expression :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{k}{2}\left(P_1 - 2(P - P_1)\right)$$

qui mène bien à

$$\frac{dP}{dt} = -k\left(P - \frac{3}{2}P_1\right)$$

V.2 Si on sépare les variables et qu'on intègre, on trouve (initialement $P = P_1$) :

$$\ln\left(\frac{3}{2}P_1 - P\right) - \ln\frac{P_1}{2} = -kt$$

ou :

$$\ln\left(3 - \frac{2P}{P_1}\right) = -kt$$

Donc si cette hypothèse de l'ordre 1 est valide, on devrait trouver des points alignés si on trace les points de coordonnées $\left(t_i, \ln\left(3 - \frac{2P_i}{P_1}\right)\right)$

On a bien des points alignés est le coefficient directeur de la droite d'interpolation vaut $a = -0,0199\text{s}^{-1}$, donc :

$$k = 1,099.10^{-2}\text{s}^{-1}$$

Jeudi - S3

I Avec un dispositif aussi simple, on trouve que la taille t est reliée au diamètre angulaire α par $t = f'\alpha$ donc (attention α doit être en radians) :

$$f' = \frac{t}{\alpha} = 79\text{m}$$

C'est donc assez absurde (parce que la feuille de papier devra être à 79m de la lentille). Le soleil fait $\approx$ 30' d'arc, soit 140 fois plus grand, et donc sa taille sera de 70cm.

II On sait d'après le TQM que $m\overrightarrow{a} = m\overrightarrow{g} + \overrightarrow{T}$. Le moment où le fil sera le plus susceptible de ne plus être tendu est à la verticale au-dessus de O. Dans cette configuration, tous les vecteurs sont radiaux, avec $m\overrightarrow{g}$ vers le bas. Pour que le fil reste tendu, il faut que $\overrightarrow{T}.\overrightarrow{e_r} \leq 0$, soit :

$$ma_r + mg \leq 0$$

Or $a_r = -\frac{v^2}{l}$ donc il faut que :

$$v \geq \sqrt{gl}$$

ou :

$$\omega \geq \sqrt{\frac{g}{l}} = 4,42\text{rd/s}$$

(ce qui correspond à une fréquence minimale de 0,7Hz ou une période de 1,4 tours par seconde).

III Il faut trouver la fonction de transfert. On associe $\underline{Z}_R$ et $\underline{Z}_C$ en parallèle :

$$\underline{Z} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

ce qui mène à (diviseur de tension) :

$$\underline{H} = \frac{R}{jL\omega - RLC\omega^2 + R}$$

soit :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega - LC\omega^2}$$

On retrouve bien un passe bas d'ordre 2, dont le gain à basse fréquence vaut 0 ($H \to 1$). Visiblement ce filtre a un facteur de qualité assez élevé :

$$Q \approx 10^{\frac{20}{20}} \approx 10$$

donc on peut assimiler ω_0 à ω_R, avec $f_R = 8.10^3$Hz donc $\omega_0 = 5,03.10^4$rd/s Ceci mène à :

$$L = \frac{1}{C\omega_0^2} \approx 4\text{mH}$$

On sait ensuite que $\frac{1}{Q\omega_0} = \frac{L}{R}$, donc :

$$R = LQ\omega_0 \approx 2k\Omega$$

IV L'idée est simple : on sait que quand on mesure θ_i, l'eau et le cuivre sont à la même température. L'isolation ici n'est pas primordiale, seul compte le fait de mesurer la température avant plongeon.

On introduit le cuivre dans l'eau, et, le système étant cette fois adiabatique, on sait que l'échauffement de l'eau est dû au refroidissement du cuivre, et qu'ils auront la même température finale θ_f.

Une fois introduit, on sait que le système étant condensé et adiabatique, $\Delta H = 0$ Or H est additive donc :

$$\Delta H_{cuivre} + \Delta H_{eau} = 0$$

soit :

$$c_{cuivre} = -\frac{m_{eau} c_{eau} \Delta T_{eau}}{m_{cuivre} \Delta T_{cuivre}} = 0,106 \mathrm{cal/K/g}$$

V L'oxygène voit son N.O. changer de 0 à -II, et le carbone à "droite" de la molécule passe de -I à +I : on a bien une réaction d'oxydoréduction, O dans le dioxygène est réduit et le C du groupement alcool est oxydé (il s'agit en fait de la transformation éthanol éthanal, première étape du passage au vinaigre).

Vendredi - S3

I Il suffit de calculer son énergie mécanique massique :

$$e_m = \frac{1}{2}v^2 - \frac{GM_S}{r_p} = 3,41.10^8 \text{J/kg}$$

ce qui permet de retrouver sa vitesse à l'infini : $v_\infty = 26\text{km}/us$, ce qui est suffisamment grand pour être sûr que ce objet provient de l'extérieur du système solaire.

II A basse fréquence, L se comporte comme un fil, donc $v_0 = 0$: on a alors un circuit purement résistif, et u est aux bornes de l'ensemble $r//R$, de résistance équivalente $\frac{Rr}{R+r}$. On a alors :

$$u_0 = \frac{Rr}{Rr + (R+r)R_0}E$$

A haute fréquence, L se comporte comme un interrupteur ouvert. Il n'y a pas d'intensité dans sa branche donc $v_\infty = u_\infty$. On a à nouveau un diviseur de tension, plus simple :

$$u_\infty = v_\infty = \frac{R}{R + R_0}E$$

III Si on fait un BbAM rapide, on se rend compte que :

- le poids ne va pas intervenir (car vertical)
- la liaison pivot n'exerce pas de moment le long de son axe
- le couple exercé par $\overrightarrow{B}$ vaut $\overrightarrow{\mu} \wedge \overrightarrow{B} = \mu B_0 \cos\theta \overrightarrow{e_z}$

A l'équilibre, l'aimant est à une position $\theta_e = 26°$.

III.1 A l'équilibre, on a donc $-C\theta_e + \mu B_0 \cos\theta_e = 0$ donc :

$$B_0 = \frac{C\theta_e}{\mu \cos\theta_e} = 2,52.10^{-4}\text{T}$$

(attention θ_e doit être converti en radians)

On considère un aimant droit de moment magnétique $\overrightarrow{\mu} = 0,2\text{A.m}^2$ pouvant tourner autour d'un axe vertical $\overrightarrow{e_z}$, de telle sorte que μ soit astreint via une liaison pivot parfaite à rester dans le plan $\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}$. On note θ l'angle $(\overrightarrow{e_x}, \mu)$. Cet aimant est placé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{e_y}$ et est soumis à un couple de rappel $\overrightarrow{\Gamma} = -C\theta\overrightarrow{e_z}$, avec $C = 10^{-4}\text{N.m}$.

III.2 Le TMC mène à $I_z\ddot{\theta} = -C\theta + \mu B_0 \cos\theta$. On pose alors $\theta = \theta_e + \varepsilon$, et on a :

$$I_z\ddot{\varepsilon} + (C + \mu B_0 \sin\theta_e)\varepsilon = 0$$

Ceci permet de déterminer $\omega_0 = \sqrt{\frac{C+\mu B_0 \sin\theta_e}{I_z}}$, ou :

$$I_z = \frac{C + \mu B_0 \sin\theta_e}{\omega_0^2} = \frac{T_0(C + \mu B_0 \sin\theta_e)}{4\pi^2} = 6,18.10^{-6}\text{kg.m}^2$$

On mesure la période d'oscillation dans le cadre des petits mouvements autour de l'équilibre, et on trouve 2s. En déduire le moment d'inertie I_z de l'aimant.

IV Le wagon 1 doit subir une force vers l'avant $\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}$, qui est la force exercée par 2. On a donc $\overrightarrow{F}_{2\to1} = m\overrightarrow{a}$. Le wagon 2 subit l'opposé de cette force, et la somme des forces qu'il subit doit être égale à $m\overrightarrow{a}$ donc $\overrightarrow{F}_{3\to2} + \overrightarrow{F}_{1\to2} = m\overrightarrow{a}$, donc $\overrightarrow{F}_{3\to2} = 2m\overrightarrow{a}$.

On généralise aisément et :

$$\overrightarrow{F}_{i+1\to i} = im\overrightarrow{a}$$

La locomotive exerce donc une force de $nm\overrightarrow{a}$, ce qui est normal, vu qu'elle doit accélérer n wagons de masse m, équivalent à un wagon de masse nms

V **V.1** A 400K on est à peu près à 400J/kg/K et à 1200K à 480J/kg/K. La courbe a l'air affine, donc on peut écrire :

$$c_{Cu} = 0,2\mathrm{J/kg/K}^2(T-400) + 400\mathrm{K/kg/}uK$$

V.2 Il faut simplement intégrer :

$$Q = m\int_{450uK}^{850\mathrm{K}} c_{Cu}(T)dT = 54\mathrm{J}$$