

Physique-Chimie : cahier de vacances - semaine 1, corrigé

— Semaine 1 —

Lundi

I Une étude mécanique rapide mène à une pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, soit $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. On a donc (attention à l'unité de k dans l'énoncé) :

$$m = \frac{T_0^2}{4\pi^2} k = 113\text{kg}$$

II Il s'agit d'un montage $4f'$ donc il faut que l'objet soit à 30cm en amont de la lentille (soit avec les notations habituelles $\overline{OA} = -30\text{cm}$)

III Une loi des mailles mène rapidement à $i = \frac{E+e}{R}$

IV Puisque $\text{HSCN}_{(\text{aq})}$ est un acide fort, la réaction entre cet acide et $\text{NH}_{3,(\text{aq})}$ est totale. C'est l'ammoniaque qui est en défaut, donc on a à la fin de la réaction :

$$[\text{HSCN}] = 0,05\text{mol/L} ; [\text{NH}_3] = \varepsilon ; [\text{SCN}^-] = 0,05\text{mol/L} ; [\text{NH}_4^+] = 0,05\text{mol/L}$$

HSCN étant un acide fort, il réagit totalement avec l'eau donc on aura :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 0,05\text{mol/L} ; [\text{SCN}^-] = 0,1\text{mol/L}$$

On peut enfin déterminer $[\text{NH}_3] = \frac{K_A[\text{NH}_4^+]}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 6,3 \cdot 10^{-9}\text{mol/L}$, très faible comme attendu.

V On trouve un temps caractéristique qui vaut environ 30ms. Or ce temps vaut RC donc $C = 30\mu\text{F}$

Mardi - S1

I On va associer les deux résistances en parallèle, puis en série, pour obtenir une résistance totale du circuit valant $\frac{7}{3}R$, soit après une loi des mailles $i = \frac{3(E-e)}{7R}$

II C'est un mouvement uniformément accéléré. Si on suppose que O est le centre du repère, on trouve rapidement :

$$\overrightarrow{OM}(t) = -\frac{1}{2}gt\vec{e}_z + \vec{v}_0 t$$

Si on appelle x la composante horizontale telle que $\vec{v}_0 \cdot \vec{e}_x = v_0 \cos \alpha$, on trouve :

$$x(t) = v_0 \cos \alpha t \quad ; \quad z(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

On touche le sol en t_I avec $z(t_I) = 0$ mais $t_I \neq 0$, soit quand $v_0 \sin \alpha = \frac{1}{2}gt$, soit $t_I = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$, et donc en

$$x_I = \frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\alpha)$$

On voit immédiatement que x_I est maximal pour $\alpha = 45^\circ$.

III On sait que $\gamma = \frac{f'}{FA}$ et que $\gamma = -\frac{F'A'}{f'}$. On a donc :

$$\overline{FA} = -13,3\text{cm} \quad ; \quad \overline{F'A'} = 120\text{cm}$$

L'objet est donc réel à -53,3cm de la lentille et l'image est réelle inversée à 160 cm de la lentille

IV On a apparition du précipité dès que $Q = K_S$, où Q est le quotient de la réaction de dissolution, soit quand :

$$[\text{Al}^{3+}]^2 [\text{PO}_4^{3-}]^2 = K_S$$

Or juste à l'apparition du précipité, on n'a pas consommé d'ions (ou très peu) donc la concentration en aluminium reste inchangé. On trouve donc :

$$[\text{PO}_4^{3-}] = \frac{\sqrt{K_S}}{[\text{Al}^{3+}]} = 4,5 \cdot 10^{-11} \text{mol/L}$$

V On sait que l'acuité de la résonance d'un passe bande (d'ordre 2) vaut $\frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{\Delta f_0} = Q$. On veut vu l'énoncé que $\Delta f_0 < 200\text{kHz}$ (100kHz de chaque côté), soit :

$$Q > \frac{f_0}{200\text{kHz}} = 10000$$

Mercredi - S1

I On constate immédiatement que :

- la réaction peut être considérée comme totale
- l'argent va être en défaut ($n_{\text{Ag}^+,0} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$ et $n_{\text{NH}_3,0} = 10^{-3} \text{ mol}$, dont la moitié est plus grande que $n_{\text{Ag}^+,0}$)

On a donc $\xi_{\text{max}} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$, $V_{\text{tot}} = 75 \text{ mL}$ donc à l'équilibre :

- $[\text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+_{(\text{aq})}] = 3,33 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$
- $[\text{NH}_3] = 6,67 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$
- $[\text{Ag}^+] = \frac{[\text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+_{(\text{aq})}]}{[\text{NH}_3]^2 K} = 9,44 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$, bien négligeable devant la concentration initiale.

La réaction entre l'ammoniac et les ions argent mène à la formation d'un complexe $\text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+_{(\text{aq})}$, avec une constante de $10^{3,9}$.

On prépare une solution en mélangeant 25mL de nitrate d'argent à 0,01M et 50mL d'ammoniac à 0,02M. Donner la composition finale de la solution.

II M va subir la résultante des deux forces : $-k_1(l - l_0)\vec{e}_x - k_2(l - l_0)\vec{e}_x$ si \vec{e}_x désigne le vecteur élémentaire vers M . Comme les deux ressorts ont la même longueur, on peut factoriser, et on trouve que l'ensemble est équivalent à un ressort :

- de longueur à vide l_0
- de raideur $k_1 + k_2$

III Lors de la rotation, on note θ l'angle entre \vec{B} et $\vec{\mu}$, et on sait que θ va passer de 0 à $\frac{\pi}{2}$.

Or en cylindrique, le champ magnétique exerce un couple sur l'aimant qui vaut $\Gamma_z = -\mu B \sin \theta$. Le travail de ce couple vaut alors :

$$W = \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\mu B \sin \theta d\theta = -\mu B$$

Ce travail est négatif (c'est un couple frein), donc il faut fournir un travail $W_{\text{opérateur}} = -W$ pour faire passer le moment magnétique de 0 (immobile) à $\frac{\pi}{2}$ (immobile), puisque $\Delta E_c = 0$

IV On a immédiatement $P_B = 2 \text{ bar}$ et $\theta_B = 25^\circ \text{C}$. PV est conservé dans une isotherme de G.P. donc $V_B = \frac{V_A}{2}$ (on peut calculer le volume molaire, qui vaut environ 24L en A et 12L en B).

On a une isotherme d'un G.P. donc $\Delta U_m = 0$. On a une monobare donc $W_m = -P_B(V_{B,m} - V_{A,m}) = P_B V_{B,m} = RT_B = 2,48 \text{ kJ}$, positif puisque le gaz reçoit ce travail. Le premier principe indique immédiatement que $Q_m = -W_m = -2,48 \text{ kJ}$, négatif puisque le gaz évacue de la chaleur pour maintenir sa température constante.

On trouve que $\Delta S_m = -R \ln 2$ (on utilise la formule avec T et V), négative car le gaz est plus "ordonné" à l'arrivée qu'au départ. On a une isotherme donc on peut supposer qu'elle est monotherme et donc $S_m^e = \frac{Q_m}{T_A} = -8,314 \text{ J/K/mol}$ négative également car on évacue de la chaleur.

On a enfin $S_m^c = \Delta S_m - S_m^e = 2,55 \text{ J/K/mol}$, qui est bien positive puisque la transformation, non adaptée en pression, est irréversible.

V Pour l'homogénéité, le plus simple est de tout diviser par R : tous les termes doivent alors être homogènes à une tension sur un temps, comme l'indique le second membre. C'est bien le cas de $\frac{u}{RC}$, car RC est un temps, et bien évidemment de $\frac{du}{dt}$. $\frac{L}{R}$ est homogène à un temps, donc $\frac{L}{R} \frac{d^2 u}{dt^2}$ est bien homogène à une tension sur un temps.

On a une équation différentielle linéaire, avec second membre sinusoïdal et un terme de dissipation, on peut donc passer au formalisme complexe :

$$\left(-L\omega^2 + jR\omega + \frac{1}{C} \right) \underline{U}_m = j\omega RE$$

(on se souvient en effet que $-\omega \sin(\omega t) = \frac{d \cos(\omega t)}{dt}$ ce qui se transpose en $j\omega$).
Ceci permet de conclure :

$$\underline{U}_m = \frac{j\omega RCE}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$$

typique d'un passe-bande d'ordre 2.

Corrigé

Jeudi - S1

I On voit immédiatement que $i' = \frac{i}{2}$ (pont diviseur d'intensité avec branches identiques). L'association en parallèle des deux résistances mène à une résistance de $\frac{R}{2}$ donc $i = \frac{2E}{R}$ et $i' = \frac{E}{R}$

II II.1 La puissance fournie par une force vaut simplement $\vec{F} \cdot \vec{v}_{A_{\vec{F}}}$, ce qui donne ici $F a \omega$, qui est positive puisqu'elle met en rotation le cylindre.

II.2 Il faut que le cylindre soit relié à un bâti via une liaison pivot, qui va exercer une résultante toujours opposée à $\vec{F} + m \vec{g}$ pour éviter la translation. Cette liaison pivot exerce a priori un couple, mais donc la composante est nulle selon l'axe de rotation si elle est considérée comme idéale.

Le poids du cylindre s'applique sur l'axe de rotation, dans une direction quelconque puisque l'axe n'est a priori pas vertical. Il exerce par contre un moment nul.

II.3 L'énergie cinétique s'écrit $E_C = \frac{1}{2} J \omega^2$. Le couple de la liaison pivot ne travaille pas puisqu'il n'a pas de composante selon l'axe de rotation, ainsi que le poids qui s'applique sur l'axe (point d'application immobile). On a donc :

$$\frac{dE_C}{dt} = F a \omega$$

ce qui s'écrit :

$$J \omega \frac{d\omega}{dt} = F a \omega$$

soit :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{F a}{J}$$

ce qui montre bien que $\omega = \frac{F a}{J} t$, linéaire avec le temps.

III On va supposer que ce n'est pas très loin de la Terre, et donc que $d_S \approx 1 u.a.$ On cherche d_T tel que :

$$\frac{M_S}{d_S^2} > 10 \frac{M_T}{d_T^2}$$

soit

$$d_T > \sqrt{10 \frac{M_T}{M_S}} d_S = 818000 \text{ km}$$

ce qui est plus loin que la Lune, mais pas non plus très loin... On remarque que ceci ne dépend ni de G , ni de m (une petite recherche sur les points de Lagrange pourrait être un bon complément de culture générale...).

L'idée de la question préliminaire est que, si on envoie une sonde depuis la Terre, en particulier si elle est déjà en orbite, l'énergie à fournir est majoritairement celle qu'il faut pour s'arracher au soleil. On a donc (on oublie les problématiques de l'énergie cinétique) :

$$W_{fourni} = -W_{recu} = \Delta E_p = -GM_S m \left(\frac{1}{9.5 u.a.} - \frac{1}{1 u.a.} \right) = 2,77 \text{ GJ}$$

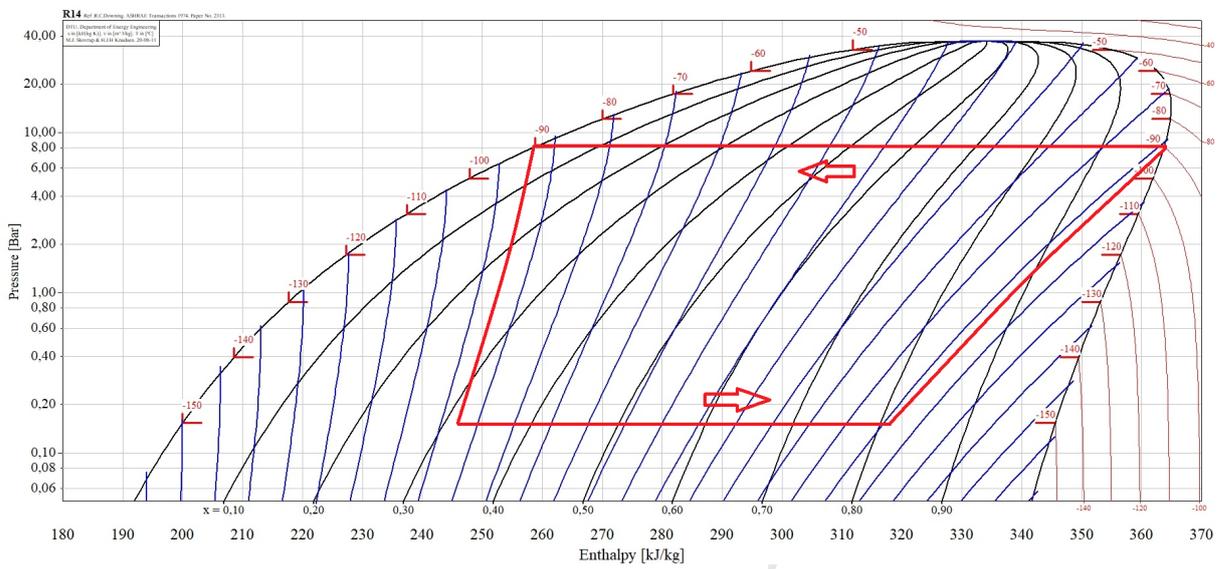
IV.1 On trouve en suivant les isothermes et les adiabatiques réversibles le diagramme 1. L'efficacité est donnée par :

$$e = \frac{Q_f}{W} = -\frac{Q_f}{Q_f + Q_c}$$

Or les étapes non adiabatiques sont des isobares réversibles donc $Q = \Delta H$ On trouve par lecture du diagramme :

$$e = 2,12$$

L'efficacité de Carnot vaut pour un frigo $e_C = \frac{T_f}{T_C - T_f} = 2,05$, identique à ce qu'on a lu vu la grossièreté de la lecture.



IV

FIGURE 1 -

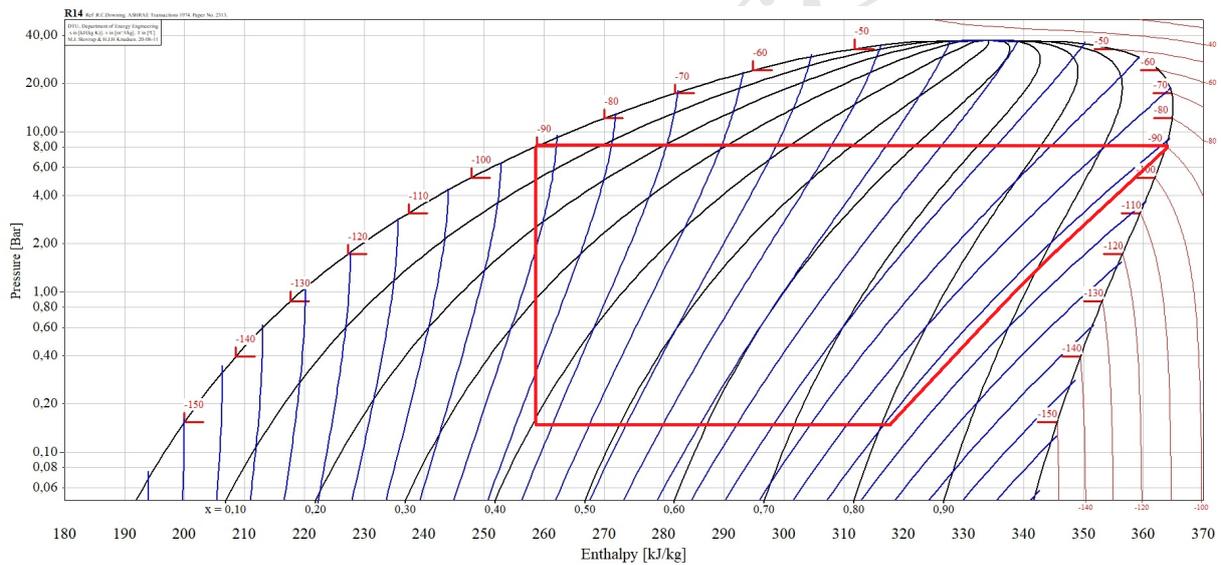


FIGURE 2 -

IV.2 On trouve le diagramme figure 2

Q_C ne change pas mais Q_f est plus petite, on trouve :

$$e^* = 1,3$$

On a par lecture $q_f = 60\text{kJ/kg}$, $q_c = -106\text{kJ/kg}$ (on retrouve que le principal effet d'un frigo est de chauffer la source chaude), et $w^* = w_{\text{cycle}} = -q_f - q_c = 46\text{kJ/kg}$

V V.1 Il s'agit manifestement d'un passe bas, en effet, à basse fréquence on a $u \approx e$ et à haute fréquence u tend vers 0.

V.2 On va associer les impédances associées à R et C en parallèle pour obtenir $\underline{Z} = \frac{R}{1+jRC\omega}$; on reconnaît alors un diviseur de tension :

$$\underline{H} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + jL\omega} = \frac{R}{R + jL\omega - RLC\omega^2}$$

qui est bien caractéristique d'un passe bas.

V.3 On se souvient que $\langle P \rangle = \frac{1}{2} \Re \underline{U}_m \underline{I}^* = \frac{1}{2} U_m^2 \Re \underline{Y}$, où \underline{Y} est l'admittance complexe soumise à \underline{U}_m (on se souvient que la partie réelle du conjugué est la partie réelle du complexe). Or ici $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + jC\omega$, donc :

$$\langle P \rangle = \frac{U_m^2}{2R} = \frac{RE^2}{2\sqrt{L^2\omega^2 + (R - RLC\omega^2)^2}}$$

Vendredi - S1

I On va partir de la loi des noeuds : $i = i_L + i_C + i_R$. Or $i = \frac{E-u}{r}$ (loi d'Ohm et loi des mailles) donc :

$$\frac{E}{r} = \frac{u}{r} + i_L + i_C + i_R$$

On va tout dériver et utiliser $u = L \frac{di_L}{dt}$; $i_C = C \frac{du}{dt}$; $i_R = \frac{u}{R}$ donc :

$$\frac{1}{r} \frac{du}{dt} + \frac{u}{L} + C \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{du}{dt} = 0$$

qui se réorganise en :

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \left(\frac{L}{r} + \frac{L}{R} \right) \frac{du}{dt} + u = 0$$

Cette équation différentielle est la même pour i_C et pour i_R (il suffit de dériver pour la première, de substituer pour la seconde). On sait également que pour i_L , on aura :

$$\frac{d^2i_L}{dt^2} + \left(\frac{L}{r} + \frac{L}{R} \right) \frac{di_L}{dt} + i_L = \text{Cste}$$

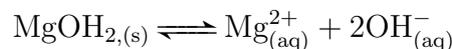
et il faut déterminer cette constante. On va pour cela se placer en continu : la bobine devient un fil et le condensateur un interrupteur ouvert. On trouve alors $I_L = \frac{E}{r+R}$ Or I_L est la solution constante de l'équation différentielle en i_L donc :

$$\frac{d^2i_L}{dt^2} + \left(\frac{L}{r} + \frac{L}{R} \right) \frac{di_L}{dt} + i_L = \frac{E}{R+r}$$

II II.1 A 30°C, on trouve $P_{sat, H_2O} = 0,042\text{bar}$, donc à 40% d'humidité, $P_{H_2O} = 0,017\text{bar}$

II.2 Dès qu'on sera en dessous de la température correspondant à cette pression partielle comme pression saturante, alors on dépassera 100% d'humidité : l'eau se condensera plutôt que s'évaporer. On lit sur le graphique (attention c'est une échelle log) $\theta \approx 15^\circ\text{C}$

III III.1 Une petite connaissance des ions usuels montre que la formule de l'hydroxyde de magnésium est, par neutralité $\text{Mg}(\text{OH})_{2,(s)}$, et qu'il se dissout selon :



Si la solubilité vaut 9mg/L, ceci correspond à $S_m = 1,58 \cdot 10^{-4}\text{mol}$ dans un litre. Si on se place au-delà de la saturation dans 1L d'eau pure, on aura :

$$[\text{Mg}^{2+}] = 1,58 \cdot 10^{-4}\text{mol/L} \quad ; \quad [\text{OH}^{-}] = 3,16 \cdot 10^{-4}\text{mol/L}$$

ce qui montre que $K_S = [\text{Mg}^{2+}][\text{OH}^{-}]^2 = 1,57 \cdot 10^{-11}$

III.2 On sait que $pH = 14 + \log [\text{OH}^{-}] = 10,5$

IV IV.1 L'idée est de revenir à la définition de la masse molaire : 12g correspondent à une mole de ^{12}C (un atome avec 12 nucléons). En gros, chaque nucléon correspond à 1g/mol dans la masse molaire. On va donc calculer la masse molaire via les pourcentages, et on trouve (attention la somme ne fait pas 100%) :

$$M = 57,57\text{g/mol}$$

IV.2 On retrouve ou on se souvient que la population d'une maille de cfc est de 4, et donc que $\rho = \frac{4M}{N_A a^3}$, soit :

$$a = \left(\frac{4M}{N_A \rho} \right)^{\frac{1}{3}} = 350 \text{ pm}$$

Le contact se fait selon les diagonales des faces donc $r = \frac{a\sqrt{2}}{4} = 124 \text{ pm}$

IV.3 Le fer a un rayon atomique très voisin du nickel : on a donc des alliages de substitution (il est impossible que le fer s'insère dans un site existant sans distorsion considérable du réseau).

V L'idée est relativement simple (mais il faut l'avoir) : déjà il suffit de considérer M_1 , les autres points se comportent pareils. Avec un dessin on se rend compte qu'à tout instant t , on a $(\vec{v}_1, \overrightarrow{M_1 O}) = \frac{\pi}{6}$ (c'est le demi angle au sommet d'un triangle équilatéral, puisque la bissectrice passe par le centre du triangle). On a donc, si on enlève les indices :

$$(\vec{e}_r, \vec{v}) = \pi - \frac{\pi}{6} ; \quad (\vec{e}_\theta, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$$

V.1 On peut donc projeter \vec{v} en polaires :

$$v_r = -v_0 \cos \frac{\pi}{6} = -v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} ; \quad v_\theta = \frac{v_0}{2}$$

Or la vitesse de chaque point est "la même" (relativement à son propre base mobile), et par application de la cinématique en polaires, on trouve bien que $\dot{r} = -v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$ et que $r\dot{\theta} = \frac{v_0}{2}$

V.2 C'est alors terminé :

$$r = -v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} t + a$$

ce qui montre que $\dot{\theta} = \frac{v_0}{2(a - v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} t)}$, donc :

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\ln \left(a - v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} t \right) - \ln a \right]$$